

16. PÄDA MATHEMATIK SCHULOLYMPIADE 2022 | 2023

AUFGABE DER DRITTEN RUNDE | 7. KLASSE



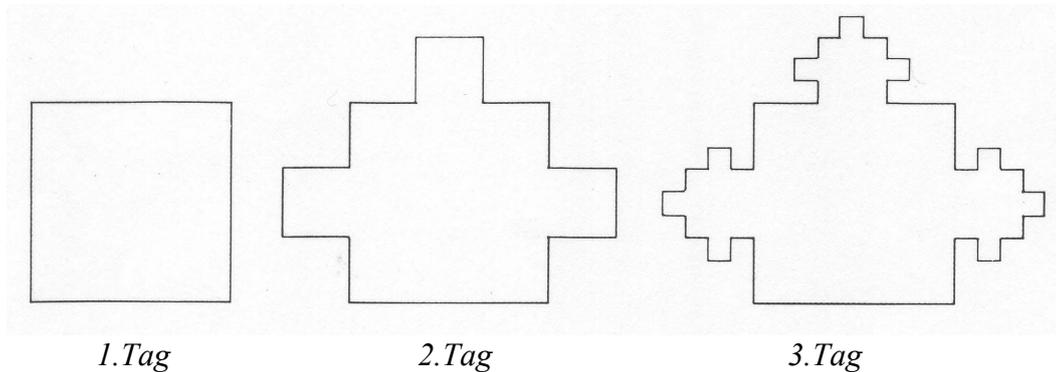
Name: _____ Klasse: _____

Achtung! Die Lösung der Aufgabe sollt ihr uns - soweit ihr gekommen seid – mündlich präsentieren. Ihr habt für diese Lösungsvorstellung 5 Minuten Zeit und bekommt auch Hilfestellung, wenn ihr nicht weiterwisst.

Ihr habt nun 10 Minuten Bearbeitungszeit. Los geht's, viel Spaß beim Knobeln!

Die Quadratpflanze

Die Quadratpflanze ist ein besonderes mathematisches Gebilde: Am ersten Tag ist sie ein Quadrat mit der Seitenlänge 1m. Täglich kommt eine Generation neuer Seitensprossen (Quadrate) hinzu: An jeder Außenkante der neuen Quadrate wächst jeweils ein neues Quadrat. Dessen Seitenlänge beträgt nur noch $\frac{1}{3}$ der Seitenlänge von der vorangehenden Generation.



- Beschreibe die Anzahl der neuen Quadrate am ersten, zweiten, dritten, ... Tag.
- Wie groß ist der Flächeninhalt der Quadratpflanze am ersten, zweiten, dritten und vierten Tag?
- Kannst du eine Vermutung für den Flächeninhalt der nächsten Generationen aufstellen?

16. PÄDA MATHEMATIK SCHULOLYMPIADE 2022 | 2023

AUFGABE DER DRITTEN RUNDE | 7. KLASSE



Name: _____ Klasse: _____

Lösungsansatz

Die Quadratpflanze

Evtl. Materialien für die Vorbereitung/Präsentation: Folie mit der Quadratpflanze

a) Tabellenübersicht:

Generation:	1	2	3	4	5	6
Anzahl neuer Quadrate	1	3	9	27	81	243
Seitenlänge eines neuen Quadrates	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{243}$
Flächeninhalt eines neuen Quadrates	1	$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$	$\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9}$	$\frac{1}{27} \cdot \frac{1}{27}$	$\frac{1}{81} \cdot \frac{1}{81}$	$\frac{1}{243} \cdot \frac{1}{243}$
Fläche aller neuen Quadrates	1	$\frac{3}{3 \cdot 3} = \frac{1}{3}$	$\frac{9}{9 \cdot 9} = \frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{243}$
Gesamtfläche (nach der n-ten Generation)	1	$1\frac{1}{3}$	$1\frac{4}{9}$	$1\frac{13}{27}$	$1\frac{40}{81}$	$1\frac{121}{243}$

b) Verbale Vermutung: „Die Bruchzahl hinter der eins verändert sich zur nächsten Generation wie folgt: alter Nenner multipliziert mit drei, alter Zähler multipliziert mit drei plus eins“ [Oder: neuer Zähler = (neuer Nenner – 1):2].

Also: Damit nähert sich der Flächeninhalt 1,5 an.

Anmerkung: $A_n = 1 \frac{(3^{n-1} - 1) : 2}{3^{n-1}}$

Zusatzfrage: Wie sieht es mit dem Umfang aus?

Dieser nimmt von Generation zu Generation um 2 LE zu. Oder: $A_n = 2n + 2$.